

Symulacja śledzenia składu gazu w gazociągu przesyłowym

Simulation of gas composition tracking in a gas transmission pipeline

Tomasz Bleschke, Maciej Chaczykowski^{*)}

Słowa kluczowe: zatłaczanie wodoru do sieci gazowej, symulacja, śledzenie składu gazu, WENO

Streszczenie

W pracy przeanalizowano śledzenie udziału molowego wodoru w dwuskładnikowej mieszaninie z metanem poprzez rozwiązanie równania adwekcyjnego transportu masy. Równanie zostało rozwiązane metodą objętości skończonych za pomocą dwóch schematów różnicowych wyższych rzędów WENO-Z oraz TVD. Schematy wykorzystano do rozwiązania nieustalonego przepływu gazu w pojedynczym rurociągu. W obliczeniach stosowano zarówno model gazu doskonałego, jak i model gazu rzeczywistego. Oba schematy pozwoliły na otrzymanie poprawnych wyników.

Keywords: hydrogen injection into gas network, simulation, gas composition tracking, WENO

Abstract

This paper analyzes the tracking of hydrogen fraction in a binary mixture with methane by solving the advection equation. The equation was solved using finite volume method and two high order numerical schemes WENO-Z and TVD. The schemes were used to solve the transient flow in a single pipeline. Ideal-gas and real-gas models were used in the calculations. Both schemes allowed obtaining correct results.

Wstęp

Postępująca dekarbonizacja gospodarki i sektora energetycznego w Unii Europejskiej wymusza poszukiwania alternatywnych źródeł energii. Obecnie gaz ziemny kategoryzowany jest jako paliwo przejściowe, czyli paliwo kopalne o najmniejszej emisji CO₂ do atmosfery. Plan osiągnięcia zero-emisyjności do roku 2050 [9] implikuje konieczność zrezygnowania z gazu ziemnego na rzecz gazów ze źródeł odnawialnych lub rozwinięcie i komercjalizacja technologii Carbon Capture and Storage, pozwalające na wychwytywanie CO₂ z instalacji wykorzystujących gaz ziemny.

Jedną z głównych rozważanych i badanych możliwości jest zintegrowanie systemu elektroenergetycznego i gazowniczego, poprzez produkcję wodoru z nadmiarowej energii elektrycznej produkowanej przez odnawialne źródła energii (OZE). Pozwalałoby to na magazynowanie nadmiarowej energii elektrycznej i przeciwdziałałoby zależności OZE od warunków pogodowych i pory dnia. Innym rozwiązaniem jest produkcja biogazu z materiału organicznego i następnie oczyszczenie i wzbogacenie go w celu usunięcia CO₂ oraz innych zanieczyszczeń i doprowadzenie go do składu zbliżonego do składu gazu ziemnego [2].

Wspomniane alternatywy dla gazu ziemnego byłyby następnie zatłaczane do sieci gazowniczej, która w przypadku zatłaczania wodoru stanowiłaby również magazyn energii z OZE. Prowadziłoby to do znacznej decentralizacji źródeł zasilania w sieci, co wiąże się ze znacznymi różnicami w składzie gazu w poszczególnych fragmentach sieci. Dodatkowym aspektem decentralizacji jest zwiększona ilość gazu importowanego w postaci LNG, w którym zawartość metanu jest większa niż w kopalnym gazie ziemnym.

Skład gazu jest jednym z głównych czynników wpływających na ciepło spalania gazu. Wodór cechuje się około trzykrotnie mniejszym ciepłem spalania w odniesieniu do m³ niż metan, co prowadzi do dużych wahań ciepła spalania mieszaniny nawet przy niedużym udziale molowym wodoru w mieszaninie. Dodatkowo obecność wodoru w gazie wpływa na gradient ciśnienia, temperaturę oraz prędkość przepływu wzdłuż rurociągu. Kluczowy jest również maksymalny udział wodoru w mieszaninie wynikający np. ze stanu rur czy zastosowanych urządzeń pomiarowych. Śledzenie składu gazu jest zatem istotne z punktu widzenia operatorów systemów przesyłowych i dystrybucyjnych z uwagi na ich zobowiązania do dostarczenia odpowiedniej ilości energii oraz utrzymywanie minimalnego ciśnienia gazu u odbiorców. Innym istotnym elementem w śledzeniu składu gazu jest kontrola zanieczyszczeń w rurociągach, które mogą powodować korozję rurociągów i elementów nierurowych, jak również mogą powodować formowanie hydratów i blokowanie przepływu. Przy stosowaniu sieci gazowniczej jako magazynu energii w postaci energii chemicznej wodoru ważna jest akumulacyjność rurociągu oraz jej zmiany w przypadku rozbiorów gazu oraz zmiany jego składu.

1. Aktualny stan wiedzy

Publikacje dotyczące śledzenia składu gazu można podzielić na dwa rodzaje. Pierwszym rodzajem są prace omawiające śledzenie składu gazu w stanach ustalonych wymagające rozwiązywania równań algebraicznych. Natomiast drugim rodzajem są prace, w których prowadzone są rozważania na temat stanów nieustalo-

^{*)} Tomasz Bleschke, Maciej Chaczykowski – maciej.chaczykowski@pw.edu.pl, Zakład Systemów Ciepłowniczych i Gazowniczych, Politechnika Warszawska

nych, które opisane są równaniami różniczkowymi cząstkowymi wraz z odpowiednimi warunkami brzegowymi i początkowymi.

Wśród prac opisujących stany ustalone znajdują się m. in. praca M. Abeysekera i in. [1], w której analizowali zatłaczanie wodoru oraz biogazu do niewielkiej sieci i badali wpływ składu na ciśnienie oraz dostarczoną energię w węzłach sieci. Saedi, Mhana i Mancarella w [16] badali, na przykładzie fragmentu sieci przesyłowej w Australii śledzenie wodoru w kontekście optymalizacji pracy systemu elektroenergetycznego oraz gazowniczego. Symulacja w stanie ustalonym wraz z modelem nieizotermicznym oraz zatłaczaniem wodoru i SNG została rozpatrzona przez Pellegrino, Lanzini oraz Leone w [17]. Proponują dwustopniowy algorytm z pierwszym krokiem, w którym rozwiązywane jest zagadnienie przepływu a w drugim kroku rozwiązywane jest zagadnienie związane z energią i temperaturą.

Natomiast wśród prac opisujących stany nieustalone znajdują się m. in. publikacja Bermudeza i Shabani [3], w której zaproponowali algorytm śledzenia składu gazu za pomocą metody elementów skończonych. W metodzie rozwiązywano problem w dwóch krokach, pierwszy w którym rozwiązywano równania zachowania masy oraz momentu i drugi w których rozwiązywana równanie adwekcyjnego transportu masy za pomocą metody charakterystyk. Pozwoliło to na wykorzystywanie różnej siatki dyskretyzacji oraz dokładności metody dla poszczególnych kroków, co pozwala na zmniejszenie czasu obliczeń. Natomiast Dackner i Wolter w swojej pracy [10] rozpatrywali rozwiązywanie równań zachowania za pomocą niejawnych schematów różnic skończonych oraz śledzenie kaloryczności gazu za pomocą metody gradientowej kaloryczności. Metoda gradientowa wykazuje się dużą dokładnością przy długich krokach czasowych. Za pomocą opisanej metody została zasymlowana mała sieć gazownicza złożona z trzech węzłów oraz zostało przeprowadzone porównanie z metodą zaproponowaną w [13]. Chaczykowski i in. w [7] wykorzystali schemat niejawni różnic skończonych [13] stworzony do rozwiązywania równań zachowania i zaadaptowali go do rozwiązywania równania adwekcyjnego transportu masy. Dodatkowo porównali go z metodą analizy wędrowniej we współrzędnych Lagrange'a. Śledzili stężenie etanu w rurociągu lądowym o długości 80 km oraz stężenie CO₂ w rurociągu podmorskim o długości 800 km. Rurociąg podmorski został zanalizowany w warunkach letnich oraz zimowych. Pokazali problem dyfuzyjności numerycznej w przypadku metod różnic skończonych. W [11] D. Fan i in. wykorzystali algorytm metod objętości skończonych SIMPLE (Semi-Implicit Pressure Linked Equations) z wykorzystaniem dyskretyzacji siatki jako staggered grid dla której prędkość jest obliczana na granicach komórek natomiast wartości skalarne w środkach komórek. Przeprowadzili symulację na sieci odpowiadającej fragmentowi chińskiej sieci gazowniczej. Rozwijając swoją pracę [16] autorzy Saedi i in. [15] wykorzystali śledzenie jakości gazu w kontekście optymalizacji systemu elektroenergetycznego i gazowniczego. Rozważali oni tylko przepływ izotermiczny metodą różnic skończonych jak w [13].

2. Model matematyczny

Nieustalony nieizotermiczny przepływ gazu w rurociągu jest opisany nieliniowym układem hiperbolicznych równań różniczkowych cząstkowych. Układ składa się z następujących równań [21]:

– równanie zachowania masy

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho w}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

– równanie zachowania pędu

$$\frac{\partial \rho w}{\partial t} + \frac{\partial (\rho w^2 + p)}{\partial x} = -\frac{f \rho w |w|}{2D}, \quad (2)$$

– równanie zachowania energii

$$\frac{\partial \left[\rho \left(e + \frac{w^2}{2} \right) \right]}{\partial t} + \frac{\partial \left[\rho w \left(e + \frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} \right) \right]}{\partial x} = \rho q. \quad (3)$$

Rozwiązanie równania adwekcyjnego transportu masy pozwala na śledzenie jakości gazu:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + w \frac{\partial y}{\partial x} = 0. \quad (4)$$

Człon ρq w równaniu energii (3) opisuje wymianę ciepła gazu z otoczeniem. W pracy wykorzystany został model ustalonej wymiany ciepła nieuwzględniającej akumulacji ciepła w rurociągu oraz glebie. Wymianę tę opisuje równanie:

$$\rho q = -\frac{4U}{D} (T - T_{amb}), \quad (5)$$

Natomiast współczynnik oporu f w równaniu (2) wyznaczany jest z równania Colebrooka – White'a za pomocą metody Newtona-Raphsona:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{k}{3.7D} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right). \quad (6)$$

W zastosowanych schematach numerycznych, opisanych dalej w rozdziale 4 wykorzystywana jest forma zachowawcza równań różniczkowych cząstkowych. Z tego powodu konieczne jest przekształcenie równania (4) do formy zachowawczej.

Rozwinięcie pochodnej $\frac{\partial(yw)}{\partial x}$:

$$\frac{\partial(yw)}{\partial x} = y \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial y}{\partial x}, \quad (7)$$

po podstawieniu do równania (4) daje równanie:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial(yw)}{\partial x} = y \frac{\partial w}{\partial x}. \quad (8)$$

2.1. Zamiana zmiennych zależnych

W równaniach zachowania (1), (2), (3) zmiennymi zależnymi są gęstość ρ , pęd ρw oraz energia całkowita $E = \rho e + \frac{\rho w^2}{2}$. Z uwagi na brak możliwości bezpośredniego zmierzenia tych wartości konieczne jest ich wyznaczenie z parametrami łatwo mierzalnych w sieci gazowej. Parametrami tymi są ciśnienie p , przepływ masowy \dot{m} oraz temperatura T . Wymagane jest zatem przekształcenie wektora zmiennych $u = [\rho, \rho w, E, y]$ wektor zmiennych $u = [p, \dot{m}, T, y]$.

Pęd może być wyznaczony bezpośrednio z równania na przepływ masowy:

$$\rho w = \frac{\dot{m}}{A}. \quad (9)$$

Powiązanie gęstości oraz energii wewnętrznej z ciśnieniem i temperaturą jest możliwe poprzez wykorzystanie równania stanu gazu. Obliczenia w pracy zostały wykonane dla modelu gazu doskonałego jak również dla modelu gazu rzeczywistego w oparciu o wirialne równanie stanu.

2.1.1. Gaz doskonały

Równanie opisujące gaz doskonały:

$$\frac{p}{\rho} = RT. \quad (10)$$

Z powyższego równania można wyznaczyć gęstość ρ , w którym R jest indywidualną stałą gazową mieszaniny wodoru i metanu wyrażana równaniem:

$$\frac{R_u}{(1-y)M_{CH_4} + yM_{H_2}}. \quad (11)$$

Jednostkowa energia wewnętrzna jest wyrażana poprzez:

$$e = \frac{(1-y)M_{CH_4}c_{v,CH_4}^m + yM_{H_2}c_{v,H_2}^m}{(1-y)M_{CH_4} + yM_{H_2}}T. \quad (12)$$

gdzie c_i^m oznacza ciepło molowe przy stałej objętości dla i -tego składnika.

2.1.2. Gaz rzeczywisty

Równanie stanu dla gazu rzeczywistego przyjmuje postać:

$$\frac{p}{\rho} = ZRT. \quad (13)$$

Zastosowane równanie stanu gazu rzeczywistego jest oparte na równaniu stanu gazu GERG – 88 z wyłączeniem reguły mieszania dla współczynników. Wirialne równanie stanu sformułowane jako funkcja gęstości przyjmuje postać:

$$Z = 1 + B\rho + C\rho^2, \quad (14)$$

Współczynniki B, C są odpowiednio drugim i trzecim współczynnikiem wirialnym zależnymi tylko od temperatury dla danego składu gazu. Opisują one interakcje pomiędzy odpowiednio dwiema cząsteczkami oraz trzema cząsteczkami gazu. Współczynniki zostały wyznaczone poprzez interpolację wielomianem trzeciego stopnia danych otrzymanych z programu Refprop.

Natomiast jednostkowa energia wewnętrzna jest wyrażana poprzez [21]:

$$e = \int_{T_0}^{T_1} c_p dT + \int_{p_0}^{p_1} \left[v - T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \right] dp + e_0 - pv + p_0 v_0, \quad (15)$$

gdzie $\left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p$, v są wyznaczone z równania stanu, a e_0 jest wyznaczane jak dla gazu doskonałego dla warunków normalnych.

3. Schematy numeryczne

W przypadku produkcji alternatywnych gazów ze źródeł odnawialnych mogą występować skokowe zmiany składu. Występowanie nieciągłości może prowadzić do powstawiania nagłych oscylacji w rozwiązaniu równań w pobliżu nieciągłości. W celu wyeliminowania oscylacji oraz otrzymania rozwiązań z niską dyfuzją numeryczną zastosowane zostały nieoscylacyjne schematy wyższych rzędów.

W pracy do aproksymacji pochodnej po zmiennej przestrzennej wykorzystane zostały schematy różnicowe dla metody objętości skończonych WENO-Z oraz TVD. W metodach objętości skończonych dyskretyzowane są bezpośrednio równania zachowania, w konsekwencji masa, pęd oraz energia również są zachowywane przez schemat numeryczny. Pozwala to na prawidłowe rozwiązania nawet w przypadku nieciągłości.

Dyskretyzacja po czasie wykonana została za pomocą metody prostych. Metoda prostych [14] zakłada aproksymację pochodnej po zmiennej przestrzennej, wykonaną w pracy za pomocą metod objętości skończonych, przy pozostawieniu ciągłej pochodnej po czasie. Powstały układ równań różniczkowych, zależny tylko od czasu, jest rozwiązywany metodami przeznaczonymi do równań różniczkowych zwyczajnych. W pracy zastosowano metodę prostych z uwagi na łatwą implementację, w porównaniu do metod w pełni dyskretnych, nieoscylacyjnych dyskretyzacji po czasie przy zachowaniu wyższego rzędu dyskretyzacji [15]. Do dyskretyzacji po czasie wykorzystana została metoda Rungego-Kutty 3-ciego rzędu.

Metody objętości skończonych wykorzystane do aproksymacji pochodnej przestrzennej opierają się na dyskretyzacji domeny [0, L] na N komórek (objętości kontrolnych) zdefiniowanych jako:

$$I_i = \left[x_{i-\frac{1}{2}}, x_{i+\frac{1}{2}} \right], \quad i = 1, 2, \dots, N-1, N.$$

Równania różniczkowe cząstkowe w postaci zachowawczej:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f(u)}{\partial x} = S(u), \quad (16)$$

po scałkowaniu i aproksymacji daje równanie:

$$\frac{d\bar{u}_i}{dt} = -\frac{1}{\Delta x} \left(\widehat{f}_{i+\frac{1}{2}} - \widehat{f}_{i-\frac{1}{2}} \right) + \bar{s}_i, \quad (17)$$

gdzie wartości $\widehat{f}_{i+\frac{1}{2}}$ oraz $\widehat{f}_{i-\frac{1}{2}}$ są aproksymacjami strumienia na granicach komórki i wyznaczone są z równania:

$$F(a, b) = \frac{f(a) + f(b) - \gamma(b-a)}{2}, \quad (18)$$

gdzie a i b są zrekonstruowanymi wartościami na granicach komórek, a γ jest największą wartością własną układu równań.

3.1. WENO-Z

Metody WENO (Weighted Essentially Non-Oscillatory) rzędu (2k-1), zaproponowane w 1994 roku przez Liu, Oshera i Chana [19], są rozwinięciem metod ENO wykorzystywanych do rozwiązywania zagadnień numerycznych z nieciągłościami. Polegają na rekonstrukcji wartości funkcji $u(x_{i+\frac{1}{2}}, t)$ oraz $u(x_{i-\frac{1}{2}}, t)$ na granicach komórki I_i . Rekonstrukcje te wyznaczone są na podstawie (2k-1) – elementowych zbiorów komórek $S^{(2k-l)} = [I_{i-k+1}, \dots, I_{i+k-1}]$ podzielonego na k podzbiorów $S^l = [I_{i-p}, I_{i-p+1}, \dots, I_{i+j+k-l}]$, dla $j=0, 1, \dots, k-1$. Schemat zmodyfikowany został przez Borges i in. [4], oznaczany jako WENO-Z, tak aby pozwalał na zachowanie odpowiedniej dokładności w punktach krytycznych i dodatkowo cechował się niższą dyfuzją numeryczną dla nieciągłych rozwiązań.

Dla każdego z podzbiorów S^l wartości $u_{i+\frac{1}{2}}^+$ oraz $u_{i+\frac{1}{2}}^-$ są aproksymowane za pomocą kombinacji wypukłej wielomianów rzędu k:

$$u_{i+\frac{1}{2}}^\pm = \sum_{p=0}^{2k-1} \omega_p u_{i+\frac{1}{2}}^{(p)\pm}, \quad (19)$$

Gdzie ω_p są nieliniowymi wagami dobranymi tak, aby nadać najmniejszą wagę podzbiorowi, w którym występuje nieciągłość. Prowadzi to do zmniejszenia oscylacji przy nieciągłości w rozwiązaniu. Ciągłość podzbiorów wyznaczana jest za pomocą wskaźników gładkości oraz globalnego wskaźnika gładkości T:

$$\beta_0 = \frac{13}{12}(\bar{u}_{i-2} - 2\bar{u}_{i-1} + \bar{u}_i)^2 + \frac{1}{4}(3\bar{u}_i - 4\bar{u}_{i-1} + \bar{u}_{i-2})^2 \quad (20)$$

$$\beta_1 = \frac{13}{12}(\bar{u}_{i-1} - 2\bar{u}_i + \bar{u}_{i+1})^2 + \frac{1}{4}(3\bar{u}_{i-1} - \bar{u}_{i+1})^2$$

$$\beta_2 = \frac{13}{12}(\bar{u}_i - 2\bar{u}_{i+1} + \bar{u}_{i+2})^2 + \frac{1}{4}(3\bar{u}_i - 4\bar{u}_{i+1} + \bar{u}_{i+2})^2$$

$$T = |\beta_0 - \beta_2|.$$

Linijowe wagi dla WENO 5-tego rzędu w literaturze przyjmowane są jako [19]: $d_0 = \frac{1}{10}$, $d_1 = \frac{6}{10}$ i $d_2 = \frac{3}{10}$.

Na podstawie liniowych wag wyznaczone są nieliniowe wagi ω_p :

$$\omega_j = \frac{\alpha_j}{\sum_j \alpha_j}, \quad (21)$$

$$\alpha_j = d_j \left(1 + \left(\frac{T}{\beta_j + \epsilon} \right)^2 \right), \quad (22)$$

gdzie ϵ jest małą wartością zapobiegającą dzieleniu przez 0.

Wielomiany aproksymacyjne rzędu k dla $u_{i+\frac{1}{2}}^\pm$ przedstawiają się następująco:

$$u_{i+\frac{1}{2}}^{0-} = \frac{1}{6}(2u_{i-2} - 7u_{i-1} + 11u_i), \quad (23)$$

$$u_{i+\frac{1}{2}}^{1-} = \frac{1}{6}(-u_{i-1} + 5u_i + 2u_{i+1}),$$

$$u_{i+\frac{1}{2}}^{2-} = \frac{1}{6}(2u_i + 5u_{i+1} - u_{i+2}),$$

dla wartości $u_{i-\frac{1}{2}}^+$ obliczenia są analogiczne poprzez symetrię.

3.2. Metoda TVD 3-ciego rzędu

W swoim artykule [20] Wang i Meng zaproponowali schemat numeryczny TVD 3-ciego rzędu oparty na schemacie Kurganowa i Tadmora [19]. Nieoscylacyjny charakter metody wynika z zastosowania funkcji limitujących strumień. Rekonstrukcje wartości $u_{i+\frac{1}{2}}^-, u_{i-\frac{1}{2}}^+$ uzyskiwane są z następujących zależności:

$$u_{i+\frac{1}{2}}^- = u_i + \phi(r_i) \left(\frac{u_{i+1} - u_i}{2} \right), \quad (24)$$

$$u_{i-\frac{1}{2}}^+ = u_{i+1} + \phi(r_{i+1}) \left(\frac{u_{i+2} - u_{i+1}}{2} \right).$$

Gdzie $\phi(r)$ jest funkcją limitującą Van Leer [5] opisaną równaniem:

$$\phi(r_i) = \frac{r_i + |r_i|}{1 + |r_i|}, \quad (25)$$

gdzie r_i jest opisane jako:

$$r_i = \frac{u_i - u_{i-1} + \epsilon}{u_{i+1} - u_i + \epsilon}. \quad (26)$$

Następnie zrekonstruowane wartości wykorzystywane są do obliczenia strumienia numerycznego z równania (17).

3.3. Dyskretyzacja po czasie

Równanie (16) jest dyskretyzowane po czasie za pomocą nieoscylacyjnej metody Rungego-Kutty 3-ciego rzędu [8]:

$$\bar{u}_i^{(1)} = \bar{u}_i^n + \Delta t L(\bar{u}_i^n), \quad (27)$$

$$\bar{u}_i^{(2)} = \frac{3}{4} \bar{u}_i^n + \frac{1}{4} \bar{u}_i^{(1)} + \Delta t L(\bar{u}_i^{(1)}),$$

$$\bar{u}_i^{n+1} = \frac{1}{3} \bar{u}_i^n + \frac{2}{3} \bar{u}_i^{(2)} + \Delta t L(\bar{u}_i^{(2)}).$$

gdzie $L(u)$ jest prawą stroną równania (16).

4. Obliczenia numeryczne

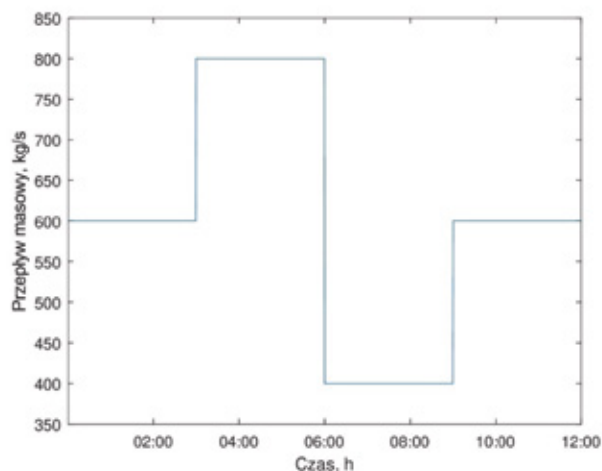
Schematy numeryczne przedstawione w rozdziale 4 zostały wykorzystane do rozwiązania układu równań opisanego w rozdziale 3. Obliczenia zostały wykonane za pomocą skryptów napisanych w programie MATLAB 2023a. Celem obliczeń było sprawdzenie jakości rozwiązania numerycznego, jak również sprawdzenie zachowania rozwiązania w przypadku nieciągłych warunków brzegowych równania (4). Obliczenia zostały przeprowadzone dla rurociągu o średnicy $D = 1.016$ m, długości $L = 20$ km, chropowatości bezwzględnej $k = 0.01$ mm oraz o współczynniku wymiany ciepła $U = 2.48 \frac{W}{m^2K}$. Temperatura gruntu otaczającego rurociągiem wynosiła $T_{amb} = 273.15$ K, a czas symulacji wyniósł 12 godzin.

Dla równań zostały dobrane następujące warunki brzegowe:

1. stałe ciśnienia na początku rurociągu $p(0, t) = 6$ MPa,
2. stała temperatura na początku rurociągu $T(0, t) = 10^\circ C$,
3. zmienny przepływ masowy na końcu rurociągu opisany funkcją $m(0, t)$ przedstawioną na rysunku 2,
4. zmienny ułamek molowy wodoru na początku rurociągu opisany funkcją $y(0, t)$ przedstawioną na rysunku 3.

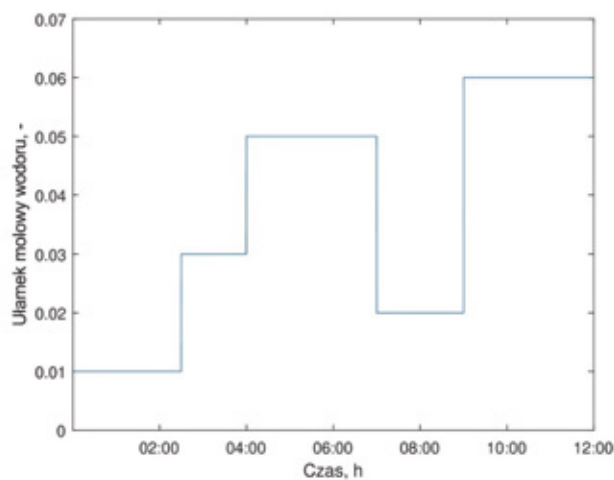
4.1. Przykład 1 – model gazu doskonałego

W pierwszym przypadku przeanalizowane zostały obliczenia obejmujące model gazu doskonałego opisany w rozdziale 3.1.1. Dla obu schematów obliczenia zostały przeprowadzone z liczbą komórek dyskretyzacji $N=256$ oraz z krokiem czasowym $dt=0.1898$ s. Na rysunku 3 przebieg zmian ciśnienia zachowuje się zgodnie z oczekiwaniami, ciśnienie spada dla zwiększającego się przepływu masowego oraz rośnie przy spadku przepływu. Dodatkowo można zauważyć wpływ zmiany składu gazu objawiający się zwiększonym spadkiem ciśnienia w przypadku wzrostu ułamka molowego wodoru, widoczny w pomiędzy godziną 03:00 a 06:00 oraz zmniejszonym spadkiem przy spadku ułamka



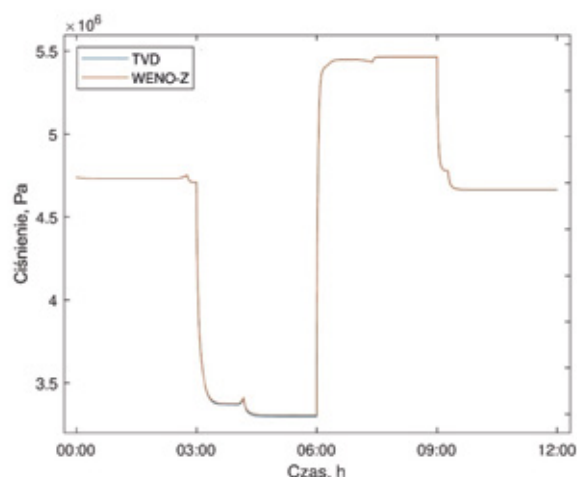
Rys. 1 Warunek brzegowy przepływu masowego na końcu rurociągu

Fig. 1 Mass flow rate boundary condition at the delivery node of the pipeline



Rys. 2 Warunek brzegowy ułamka molowego wodoru na początku rurociągu

Fig. 2 Mole fraction of hydrogen as a boundary condition at the sending node of the pipeline

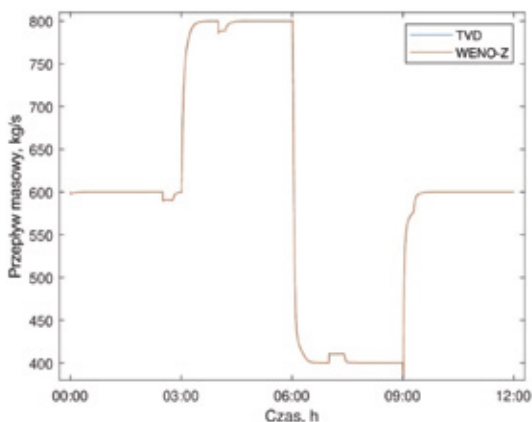


Rys. 3 Zmiana ciśnienia na końcu rurociągu dla modelu gazu doskonałego

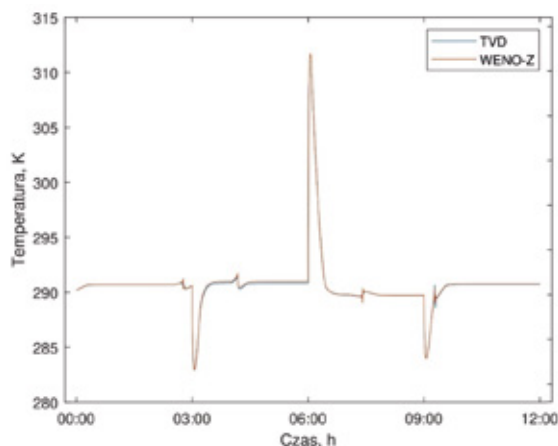
Fig. 3 Changes of pressure at the end of the pipeline for ideal gas model

molowego. W przypadku przepływu masowego, którego zmiany przedstawia rysunek 4, w momencie zmiany składu gazu można zauważyć skokowe zmiany wartości wynikające ze zmiany gęstości mieszaniny i proporcjonalne do wartości tej zmiany. Skoki te ustają w momencie dotarcia informacji o zmianie ułamka molowego do końca rurociągu. Informacja propaguje wzdłuż rury z lokalną prędkością gazu. Wpływ zmiany ułamka molowego widoczny jest również na rysunku 5, zmiany te związane są z chwilowymi skokami przepływu masowego. Wybrany

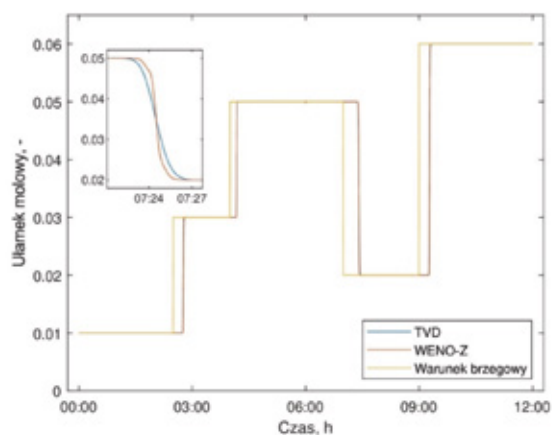
schemat nie wpływa w znaczącym stopniu na wynik obliczeń ciśnienia, gdzie średnia różnica wynosi ok. 2.5 kPa oraz na przepływ i temperaturę, dla których średnie różnice wynosiły odpowiednio 0.08 kg/s oraz 0.05 K. Na rysunku 6 przedstawiony został przebieg zmian ułamka molowego na początku oraz na końcu rurociągu. Można na nim zauważyć opóźnienie transportowe odpowiadające średniej prędkości gazu w rurociągu dla danego przepływu. Zgodnie z oczekiwaniami przy większych przepływach zwiększa się prędkość gazu i jednocześnie maleje opóźnienie transportowe wodoru. Odwrotna sytuacja zachodzi dla zmniejszającego się strumienia masowego. Dodatkowo na rysunku 6 znajduje się przybliżony fragment wykresu przedstawiający porównanie wyniku zastosowanych schematów dla jednej ze skokowych zmian ułamka molowego. Schemat WENO-Z, z uwagi na wyższy rząd dokładności, lepiej zachowuje skokowy charakter zmian niż schemat TVD dla tej samej liczby komórek dyskretyzacji.



Rys. 4 Zmiana przepływu masowego na początku rurociągu dla gazu doskonałego
Fig. 4 Changes of mass flow rate at the beginning of the pipeline for ideal gas model



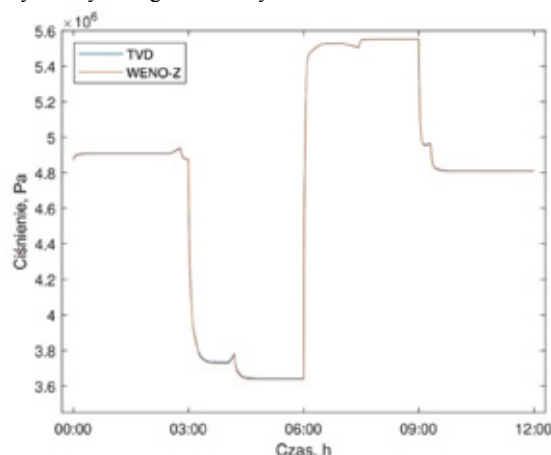
Rys. 5 Zmiana temperatury na końcu rurociągu dla gazu doskonałego
Fig. 5 Changes of temperature at the end of the pipeline for ideal gas model



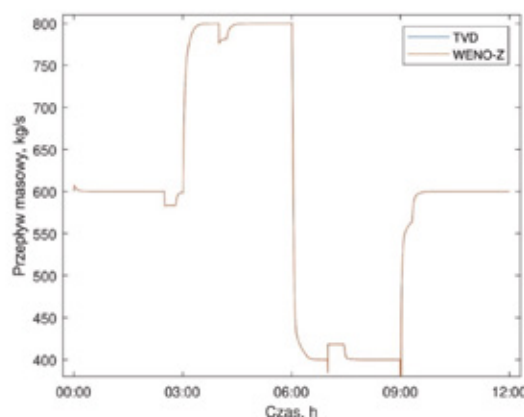
Rys. 6 Zmiana ułamka molowego na końcu rurociągu dla gazu doskonałego
Fig. 6 Changes of mole fraction of hydrogen at the end of the pipeline for ideal gas model

4.2. Przykład 2 – model gazu rzeczywistego

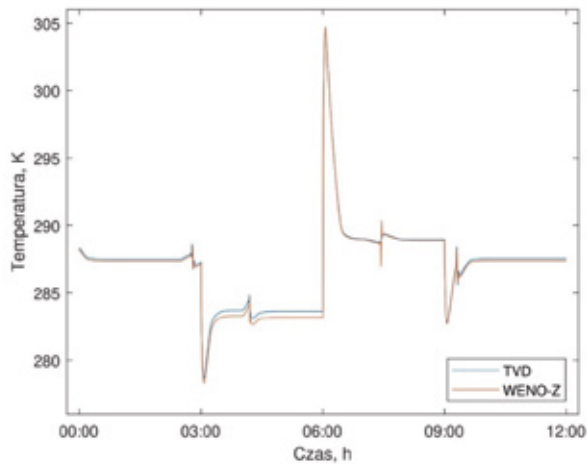
Wraz ze wzrostem ciśnienia gazu model gazu doskonałego obciążony jest coraz większym błędem. Z tego powodu do obliczeń numerycznych zastosowany został również model gazu rzeczywistego opisany w rozdziale 3.1.2. Przebieg zmian ciśnienia na końcu rurociągu oraz przepływu masowego na początku rurociągu, podobnie jak dla gazu doskonałego, nie różni się znacząco pomiędzy zastosowanymi schematami, co widoczne jest na rysunkach 7 i 8. Zastosowanie modelu gazu rzeczywistego skutkowało znacznie zwiększonym ciśnieniem wylotowym niż w przypadku gazu doskonałego, o ok. 0.25 MPa dla największych przepływów, co związane jest z mniejszą ściśliwością gazu rzeczywistego. Przebieg zmian przepływu masowego przedstawiają się porównywalnie zarówno dla gazu rzeczywistego jak i doskonałego. Dla modelu gazu rzeczywistego zauważalny jest wpływ przepływu masowego na temperaturę gazu, co związane jest ze ekspansją gazu wywołaną spadkiem ciśnienia, a dla malejącego przepływu można zauważyć efekt odwrotny, czyli wzrost temperatury. Zmiany temperatury pod wpływem zmian przepływu są nieznaczne dla gazu doskonałego, a temperatura gazu w danej chwili czasowej jest niższa dla gazu rzeczywistego. Dodatkowo przy zwiększonym przepływie masowym różnica pomiędzy wartościami temperatury dla poszczególnych schematów jest większa niż dla niskich przepływów. Zmiana ułamka molowego na końcu rurociągu podobnie jak dla gazu doskonałego wykazuje się mniejszą dyfuzją numeryczną dla schematu WENO-Z niż dla schematu TVD. Z uwagi na większą gęstość gazu w modelu gazu rzeczywistego, skutkującą mniejszą prędkością gazu dla tego samego przepływu masowego, opóźnienie transportowe jest większe dla gazu rzeczywistego niż dla gazu doskonałego. Opóźnienie transportowe dla gazu doskonałego jest o około 3 minuty krótsze niż dla gazu rzeczywistego, co można zauważyć na przybliżonych fragmentach wykresów 6 oraz 10.



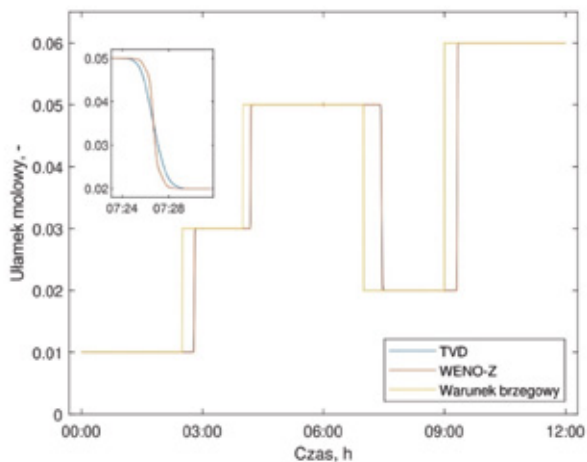
Rys. 7 Zmiana ciśnienia na końcu rurociągu dla gazu rzeczywistego
Fig. 7 Changes of pressure at the end of the pipeline for real gas model



Rys. 8 Zmiana przepływu masowego na początku rurociągu dla gazu rzeczywistego
Fig. 8 Changes of mass flow rate at the beginning of the pipeline for real gas model



Rys. 9 Zmiana temperatury na końcu rurociągu dla gazu rzeczywistego
Fig. 9 Changes of temperature at the end of the pipeline for real gas model



Rys. 10 Zmiana ułamka molowego na końcu rurociągu dla gazu rzeczywistego
Fig. 10 Changes of mole fraction of hydrogen at the end of the pipeline for real gas model

5. Podsumowanie i wnioski

Przeprowadzone zostały obliczenia jednowymiarowego niezotermicznego przepływu mieszaniny gazu ziemnego z wodorem w rurociągu, opisanego układem równań różniczkowych cząstkowych typu hiperbolicznego. Do rozwiązania równań wykorzystano nieoscylacyjne schematy numeryczne objętości skończonych WENO-Z oraz TVD. Zgodnie z oczekiwaniami schemat 5. rzędu charakteryzuje się mniejszą dyfuzją numeryczną dla tej samej liczby przedziałów dyskretyzacji niż schemat 3. rzędu. Dodatkowo wykazano znaczącą różnicę pomiędzy modelem gazu doskonałego oraz rzeczywistego, w tym ich wpływ na opóźnienie transportowe ułamka molowego wodoru.

Wykonane obliczenia oraz ich analiza wykazały możliwość wykorzystania opisanych schematów do śledzenia jakości gazu w rurociągu.

Wyniki rozwiązań układu równań różniczkowych cząstkowych z wykorzystaniem zaproponowanych schematów informują o wartości ciśnienia, przepływu masowego, temperatury oraz o składzie mieszaniny na końcu rurociągu lub w szerszym kontekście w poszczególnych punktach sieci gazowej, co pozwala operatorowi gazociągu na wyznaczenie ilości energii jaka zostanie dostarczona do odbiorców oraz utrzymać ciśnienie na odpowiednim poziomie. ■

- [1] Abeysekera M., M. Rees, and J. Wu. 2014. "Simulation and Analysis of Low-Pressure Gas Networks with Decentralized Fuel Injection". *Energy Procedia*, 61:402–406.
- [2] Bekkering J., A. A. Broekhuis, and W. J. T. van Gemert. 2010. Optimisation of a green gas supply chain – A review. *Bioresource Technology*, 101(2):450–456.
- [3] Bermúdez Alfredo and Mohsen Shabani. 2022. "Numerical simulation of gas composition tracking in a gas transportation network". *Energy*, 247:123459.
- [4] Borges Rafael, Monique Carmona, Bruno Costa, and Wai Sun Don. 2008. "An improved weighted essentially non-oscillatory scheme for hyperbolic conservation laws". *Journal of Computational Physics*, 227(6):3191–3211.
- [5] Bram van Leer. 1974. "Towards the ultimate conservative difference scheme. II. Monotonicity and conservation combined in a second-order scheme". *Journal of Computational Physics*, 14(4):361–370, March.
- [6] Cengel Yunus A. 2008. "Thermodynamics: an engineering approach. McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering. McGraw-Hill, Boston [etc.], 6th ed. edition.
- [7] Chaczykowski Maciej, Filip Sund, Paweł Zarodkiewicz, and Sigmund Mongstad Hope. July 2018. "Gas composition tracking in transient pipeline flow". *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 55:321–330.
- [8] Chi-Wang Shu. 1988. "Total-Variation-Diminishing Time Discretizations. SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, 9(6):1073–1084, November. Publisher: Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [9] Communication from the Commission to the European Parliament, the Council, the European Economic and Social Committee and the Committee of the Regions, Stepping up Europe's 2030 climate ambition Investing in a climate-neutral future for the benefit of our people, 2020.
- [10] Dancker Jonte and Martin Wolter. 2022. "A coupled transient gas flow calculation with a simultaneous calorific-value-gradient improved hydrogen tracking". *Applied Energy*, 316:118967.
- [11] Fan Di, Jing Gong, Shengnan Zhang, Guoyun Shi, Qi Kang, Yaqi Xiao, and Changchun Wu. 2021. "A transient composition tracking method for natural gas pipe networks". *Energy*, 215:119131.
- [12] Gottlieb Sigal and Chi-Wang Shu. Total Variation Diminishing Runge-Kutta Schemes. *Mathematics of Computation*, 67, 1996.
- [13] Kiuchi Tatsuhiko. 1994. "An implicit method for transient gas flows in pipe networks". *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 15(5):378–383.
- [14] Kurganov Alexander and Eitan Tadmor. 2000. "New High-Resolution Central Schemes for Non-linear Conservation Laws and Convection-Diffusion Equations". *Journal of Computational Physics*, 160(1):241–282.
- [15] Mhanna Sleiman, Isam Saedi, Pierluigi Mancarella, and Zihang Zhang. 2022. "Coordinated operation of electricity and gas-hydrogen systems with transient gas flow and hydrogen concentration tracking". *Electric Power Systems Research*, 211:108499.
- [16] Saedi Isam, Sleiman Mhanna, and Pierluigi Mancarella. 2021. "Integrated electricity and gas system modelling with hydrogen injections and gas composition tracking". *Applied Energy*, 303:117598.
- [17] Sandro Pellegrino, Andrea Lanzini, and Pierluigi Leone. 2017. "Greening the gas network – The need for modelling the distributed injection of alternative fuels". *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 70:266–286.
- [18] Schiesser W. E.. 1991. "The Numerical Method of Lines: Integration of Partial Differential Equations. Academic Press". Google-Books-ID: 1vLFQgAACAAJ.
- [19] Shu Chi-Wang. 1998. "Essentially non-oscillatory and weighted essentially non-oscillatory schemes for hyperbolic conservation laws". In *Advanced Numerical Approximation of Nonlinear Hyperbolic Equations*, volume 1697, pages 325–432. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, Series Title: Lecture Notes in Mathematics.
- [20] Wang Hai and Hua Meng. 2018. "Improved thermal transient modeling with new 3-order numerical solution for a district heating network with consideration of the pipe wall's thermal inertia". *Energy*, 160:171–183.
- [21] Yunus A. Cengel. 2006. *Fluid mechanics: fundamentals and applications*. McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering. McGraw-Hill/Higher Education, Boston [etc.], international ed. edition.