

# Metoda upraszczania struktur sieci gazowych

## Method of simplifying the structure of gas networks

Andrzej J. Osiadacz, Krzysztof Strzałkowski, Łukasz Kotyński<sup>\*)</sup>

**Słowa kluczowe:** sieci gazowe, teoria grafów, modelowanie hydrauliczne, symulacja sieci gazowych

### Streszczenie

W artykule omówiono metodę upraszczania struktury sieci gazowej. Metoda upraszcza strukturę eliminując część elementów sieci zachowując przy tym parametry hydrauliczne sieci rzeczywistej. Weryfikacji metody dokonano upraszczając struktury wielu sieci rzeczywistych.

**Keywords:** gas networks, graph theory, hydraulic modeling, simulation of gas networks

### Abstract

The paper presents a method for the reduction of gas networks structure. The method reduces a network structure equivalent to the original one, but which contains fewer components. The method was validated by simplifying many gas networks.

## 1. Wstęp

Strukturę dowolnej sieci gazowej można opisać wykorzystując teorię grafów. Odpowiednie macierze incydencji dają pełną informację o relacjach pomiędzy poszczególnymi elementami sieci. Należy jednak pamiętać, że odwzorowanie dokładne rzeczywistej sieci nie zawsze jest użyteczne z punktu widzenia potrzeb symulacji.

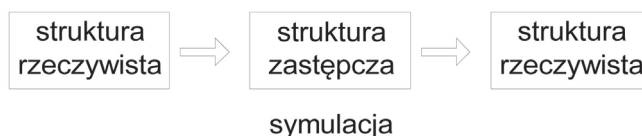
Rzeczywista struktura sieci jest bardzo zróżnicowana, zarówno pod względem geometrii (średnice oraz długości) jak również topologii (węzły sieci o różnym stopniu incydencji, równoległość rur, znaczna część węzłów sieci z zerowym obciążeniem).

Może to powodować następujące trudności podczas komputerowej symulacji sieci:

- Zróżnicowane długości powodują duże błędy numeryczne zarówno w przypadku symulacji statycznej jak również podczas obliczeń stanów nieustalonych.
- Znaczące różnice średnic prowadzą do pogorszenia uwarunkowania się macierzy współczynników.
- Duża liczba węzłów sieci przekłada się na duży wymiar rozwiązywanego zadania.
- Równoległe połączenie rur oraz szeregowo połączenia rur o jednakowym przepływie zwiększają liczbę niezerowych elementów macierzy incydencji węzłów i łuków.

W skrajnych przypadkach wyniki symulacji mogą znacznie odbiegać od wartości rzeczywistych i okazać się beзуyteczne z punktu widzenia operatora sieci gazowej. Aby temu zapobiec na potrzeby symulacji stosuje się przekształcenie rzeczywistej struktury sieci na strukturę zastępczą, poprzez wprowadzenie tzw. wielkości zastępczych: **długości, średnicy, współczynnika oporu hydraulicznego** oraz eliminowanie odcinków o **minimalnym przepływie**. Otrzymuje się w ten sposób sieć o bardzo zbliżonych własnościach hydraulicznych a jednocześnie o strukturze znacznie efektywniejszej z punktu widzenia obliczeń numerycznych.

Należy jednak pamiętać, że zbytne uproszczenie schematu sieci prowadzi do sytuacji, w której otrzymane wyniki symulacji są mało



Rys. 1 Ogólna zasada przekształcania struktur

Fig. 1 General principle of structures transforming

przydatne, czasami trudne do weryfikacji, w oparciu o rzeczywiste pomiary. Oznacza to, że upraszczanie grafu sieci powinno odbywać się z określonym kryterium. Powinno być pewnym kompromisem pomiędzy stopniem uproszczenia struktury sieci z jednej strony a zachowaniem w zmodyfikowanej strukturze kluczowych (z punktu widzenia pomiarów czy też oddziaływania na sieć) węzłów i łuków. Jednocześnie, ta wirtualna struktura sieci, będąca rezultatem uproszczenia, winna charakteryzować się właściwościami hydraulicznymi bardzo zbliżonymi do sieci rzeczywistej.

## 2. Metody upraszczania

Metody upraszczania grafu odwzorowującego strukturę sieci gazowej podzielić można na dwie grupy:

- zastępowanie kilku elementów sieci jednym elementem o takich samych właściwościach hydraulicznych,
- eliminowanie elementów, których wpływ na rozptyw strumieni gazu w sieci jest praktycznie pomijalny.

W rozpatrywanym przypadku przyjęto, że przepływ gazu opisany jest poniższym równaniem. Jest to jedno z wielu równań stosowanych do opisu przepływu gazu w stanie ustalonym. Należy zaznaczyć, że rodzaj równania i jego struktura nie ma żadnego wpływu na opisany poniżej algorytm.

$$Q = \alpha \sqrt{\frac{p_p^2 - p_k^2}{L}} \quad (1)$$

<sup>\*)</sup> Andrzej J. Osiadacz, Krzysztof Strzałkowski, Łukasz Kotyński – Politechnika Warszawska, Zakład Systemów Ciepłowniczych i Gazowniczych, Wydział Instalacji Budowlanych, Hydrotechniki i Inżynierii Środowiska

gdzie:

$$\alpha = \sqrt{\frac{D^5}{Z \lambda T \rho_p}}$$

Q – przepływ w warunkach odniesienia, m<sup>3</sup>/s

A – przekrój poprzeczny rury, m<sup>2</sup>

$\rho$  – gęstość gazu, kg/m<sup>3</sup>

$\rho_p$  – gęstość powietrza, kg/m<sup>3</sup>

$\rho_x = \frac{\rho}{\rho_p}$

$p_p$  – ciśnienie na początku rury, Pa

$p_k$  – ciśnienie na końcu rury, Pa

D – średnica wewnętrzna rury, m

$\lambda$  – współczynnik oporów liniowych, –

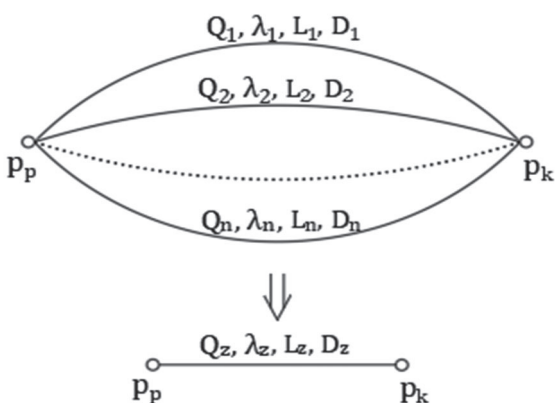
L – długość rury, m

Z – współczynnik ściśliwości, –

T – temperatura gazu, K

### a. Upraszczanie struktur równoległych

Ogólny schemat upraszczania układu rur równoległych, poprzez zastąpienie ich jedną rurą o parametrach zastępczych przedstawiono poniżej.



Rys. 2 Zasada upraszczania struktur równoległych

Fig. 2 The general principle of simplifying paralel structures

Po odpowiednim przekształceniu powyższego wzoru na przepływ, uwzględniając to, iż przepływ przez rurę zastępczą, dla układu rur równoległych, jest sumą przepływów przez wszystkie jego składowe, otrzymujemy zależność pozwalającą na określenie parametrów zastępczych dla układu rur równoległych:

$$\sqrt{\frac{D_z^5}{\lambda_z L_z}} = \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{D_i^5}{\lambda_i L_i}} \quad (2)$$

gdzie indeksy „z” odnoszą się do parametrów rury zastępczej, a indeksy „i” do poszczególnych składowych rozpatrywanego układu.

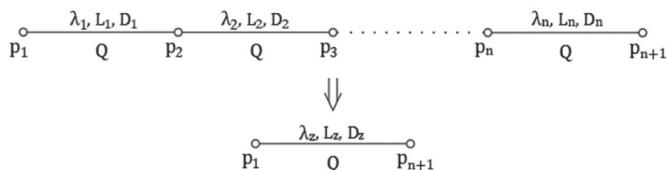
Biorąc pod uwagę, iż dysponujemy jednym równaniem dla określenia wartości trzech parametrów zastępczych, dwie z nich określamy na podstawie aktualnych parametrów rur. Długość zastępczą przyjmujemy jako średnią arytmetyczną, natomiast  $\lambda_z$  przyjmujemy jako minimalną wartość dla aktualnie zastępowanej struktury. Trzecią wartość obliczamy z równania (2).

W omawianym algorytmie zadawane są wartości  $\lambda_z$  oraz  $L_z$  a wartość średnicy rury zastępczej obliczana jest z zależności jak niżej.

$$D_z = \sqrt[5]{L_z \lambda_z \left( \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{D_i^5}{\lambda_i L_i}} \right)^2} \quad (3)$$

### b. Upraszczanie struktur szeregowych

Ogólny schemat upraszczania struktury szeregowej ma postać przedstawioną na poniższym rysunku



Rys. 3 Zasada upraszczania struktur szeregowych

Fig. 3 The principle of simplifying structures in series

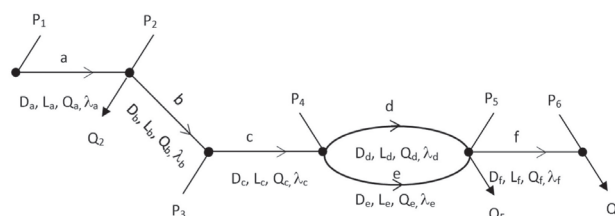
Przez strukturę szeregową w rozpatrywanym przypadku rozumiemy połączenie rur o takim samym przepływie (bez odbiorów na trasie). Po odpowiednim przekształceniu podstawowego wzoru na przepływ, otrzymujemy zależność między parametrami rur w połączeniu szeregowym a parametrami rury zastępczej w postaci:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i L_i}{D_i^5} = \frac{\lambda_z L_z}{D_z^5} \quad (7)$$

Przyjmując  $\lambda_z$  jako średnią arytmetyczną wartości rzeczywistych oraz  $L_z$  jako sumę rzeczywistych długości, średnicę rury zastępczej oblicza się z zależności:

$$D_z = \sqrt[5]{\frac{L_z \lambda_z}{\sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i L_i}{D_i^5}}} \quad (8)$$

Rozważmy strukturę sieci jak niżej (rys.4).



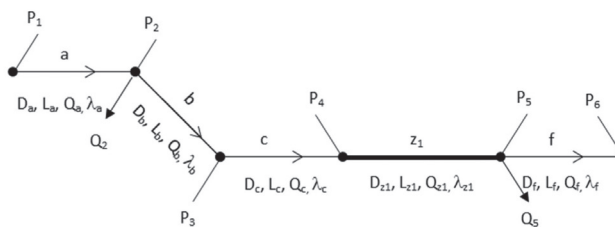
Rys. 4 Graf upraszczanej struktury sieci

Fig. 4 The graph of a simplified network structure

Macierz incydencji węzłów i łuków wyjściowej struktury sieci, jest postaci:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b & c & d & e & f \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix}$$

W pierwszym kroku eliminując połączenie równoległe rur d i e otrzymujemy strukturę sieci jak niżej.



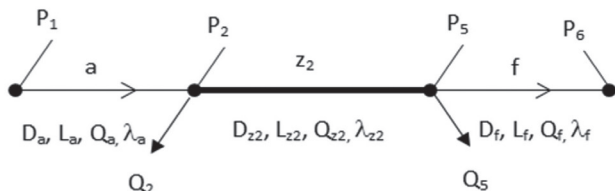
Rys. 5 Graf sieci po eliminacji struktur równoległych

Fig. 4 The network graph after elimination of paralel structures

Macierz incydencji węzłów i łuków przyjmuje postać:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b & c & z_1 & f \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix}$$

W drugim kroku eliminujemy połączenia szeregowo. W rezultacie otrzymujemy strukturę jak na rys.6 której odpowiada macierz incydencji o wymiarach 4x3.



Rys. 6 Ostateczna postać grafu sieci  
Fig. 6 The final form of a network graph

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} a & z_2 & f \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 5 \\ 6 \end{matrix}$$

W rezultacie powyższych operacji znacznie zmniejszył się wymiar i liczba elementów macierzy A: z 36 elementów w przypadku sieci rzeczywistej, do 12 w przypadku ostatecznej struktury zastępczej

### 3. Eliminowanie wybranych elementów grafu

Eliminowanie wybranych elementów grafu, których wpływ na rozptył strumieni w sieci jest minimalny, poprzedzone jest generacją drzewa. Drzewo grafu sieci jest generowane w taki sposób aby znalazły się w nim łuki odpowiadające rurom o największych przepływach. Z kolei elementy kodrzewa (łuki zamykające oczka) powinny odpowiadać rurom, o możliwie najmniejszych przepływach występujących w sieci. Aby zrealizować to zadanie, w pierwszej kolejności sortuje się wszystkie występujące w danej sieci rury według tzw. "kosztu przepływu i-tej rury" zdefiniowanego jako:

$$\text{koszt przepływu } i\text{-tej rury} = \frac{\lambda_i}{D_i^5} \quad (12)$$

Odpowiednio posortowane rury wykorzystano następnie w procedurze generacji oczek. Dokładny opis procedury znaleźć można w [Osiaacz 2000].

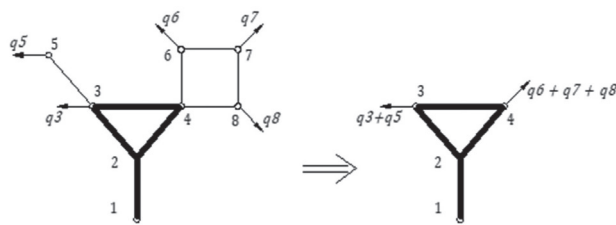
Celem dalszej modyfikacji grafu jest eliminowanie rur o średnicach mniejszych od założonej minimalnej wartości dla danej sieci

Odpowiednio zmodyfikowana metoda przeszukiwania grafu wszzer pozwala na wyeliminowanie łuków grafu odpowiadających średnicom poniżej wartości przyjętej. W procesie eliminacji rur niespełniających narzucone ograniczenia następuje jednoczesne przenie-numerowanie węzłów grafu.

Usuwanie rur niespełniających tego warunku, jest możliwe gdy:

- zachowana zostaje spójność grafu,
- w strukturze pozostają wszystkie elementy nierurowe.

Jeżeli usuwany węzeł jest węzłem obciążonym, to obciążenie jest przypisywane do węzła incydentnego. Schemat postępowania w przypadku usuwania fragmentów sieci przedstawiono na rys.7



Rys. 7 Zasada eliminowania fragmentów sieci  
Fig. 7 The principle of eliminating network fragments

### 4. Wyniki badań

Ocenę działania opracowanego algorytmu/programu przeprowadzono wykorzystując jedną teoretyczną oraz jedną rzeczywistą sieć gazową średniego ciśnienia. Korzystając z programu SimNet SSGas symulowano sieci pierwotne a następnie sieci po uproszczeniu struktury. Dla sieci teoretycznej sprawdzono jedynie ciśnienie na końcu. Dla sieci rzeczywistej wyniki porównywano obliczając błędy względne przepływu w łukach oraz ciśnienia w węzłach wg wzorów:

$$\delta_{\text{przepływu}} = \frac{|Q_{\text{pierw}} - Q_{\text{upr}}|}{|Q_{\text{pierw}}|} * 100\% \quad (13)$$

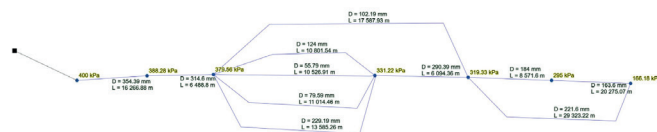
$\delta_{\text{przepływu}}$  – błąd względny przepływu,  
 $Q_{\text{pierw}}$  – wartość przepływu przez daną rurę w rzeczywistej strukturze sieci,  
 $Q_{\text{upr}}$  – wartość przepływu przez daną rurę w uproszczonej strukturze sieci.

$$\delta_{\text{ciśnienia}} = \frac{|p_{\text{pierw}} - p_{\text{upr}}|}{p_{\text{pierw}}} * 100\% \quad (14)$$

$\delta_{\text{ciśnienia}}$  – błąd względny ciśnienia,  
 $p_{\text{pierw}}$  – wartość ciśnienia w danym węźle w pierwotnej strukturze sieci,  
 $p_{\text{upr}}$  – wartość ciśnienia w danym węźle w uproszczonej strukturze sieci.

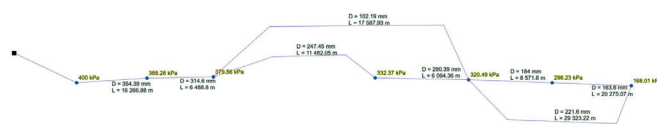
#### a. Struktura sieci bez elementów nierurowych

Na przykładzie stosunkowo prostej struktury sieci (rys.8) składającej się z kilkunastu rur przedstawiono zalety upraszczania. Upraszczano poszczególne segmenty sieci a następnie wykonywano symulację w celu porównania wartości ciśnienia w węzłach sieci.

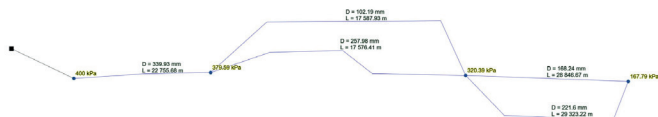


Rys. 8 Struktura sieci  
Fig. 9 The network structure

W pierwszym kroku wyeliminowano strukturę równoległą w środkowej części sieci. Błąd ciśnienia w węźle końcowym wyniósł ok. 1%.



W kolejnym kroku uproszczono wybrane struktury szeregowe.



Wyniki symulacji dały praktycznie takie same wyniki jak przed redukcją struktury sieci.

W ostatnim etapie uproszczono pozostałe struktury szeregowe i równoległe uzyskując jedną zastępczą rurę.



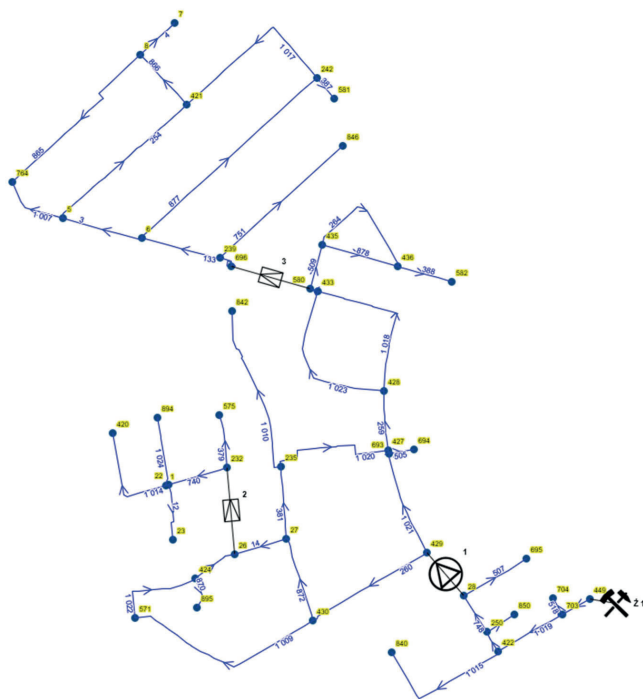
W wyniku tej operacji błąd ciśnienia na końcu sieci wyniósł ostatecznie 1,7%. Wymiar sieci został zredukowany z 11 rur i 7 węzłów do 1 rury i 2 węzłów.

### b. Rzeczywista struktura sieci

Analizowana sieć jest siecią średniego ciśnienia, zasilaną z jednego źródła (węzeł 449). Ciśnienie w źródle = 500 kPa. Sieć składa się z:

- 47 rur,
- 45 węzłów,
- 3 jednostek (2 stacje redukcyjne i 1 jednostka sprężająca).

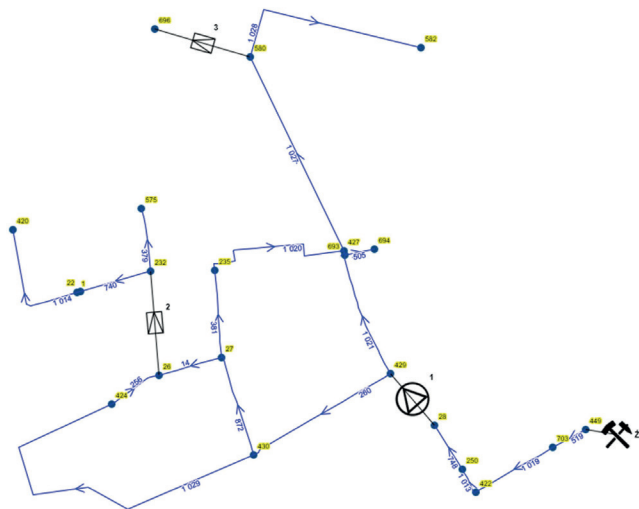
Wszystkie rury wykonane są z PE, o średnicach w przedziale DN63-DN160. Spośród wszystkich węzłów znajdujących się w sieci, 14 z nich ma zadane niezerowe wartości poboru. Strukturę sieci przedstawiono na rys. 9.



Rys. 9. Rzeczywista struktura sieci  
Fig. 9 Real structure of the network

### c. Uproszczona struktura sieci

Upraszczanie sieci przeprowadzono w trzech etapach. Eliminacja struktur równoległych, szeregowych a następnie eliminacja rur których  $DN \leq DN63$ . Na rys.9 przedstawiono strukturę po uproszczeniu.



Rys. 10 Uproszczona struktura sieci  
Fig. 10 The simplified network structure

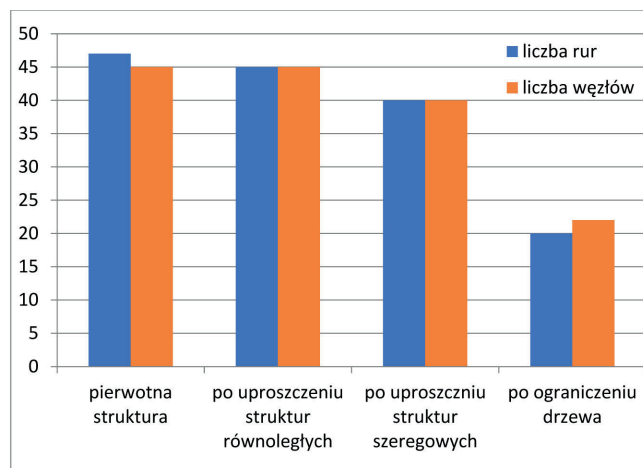
Opracowany program pozwolił w sposób znaczący uprościć strukturę rozpatrywanej sieci. Dla przyjętych ograniczeń zmniejszono liczbę występujących w sieci rur i węzłów o ponad połowę tworząc strukturę, której własności hydrauliczne niewiele odbiegają od sieci rzeczywistej.

Tabela.1: Rezultaty upraszczania sieci

Table 1. The results of the network simplification

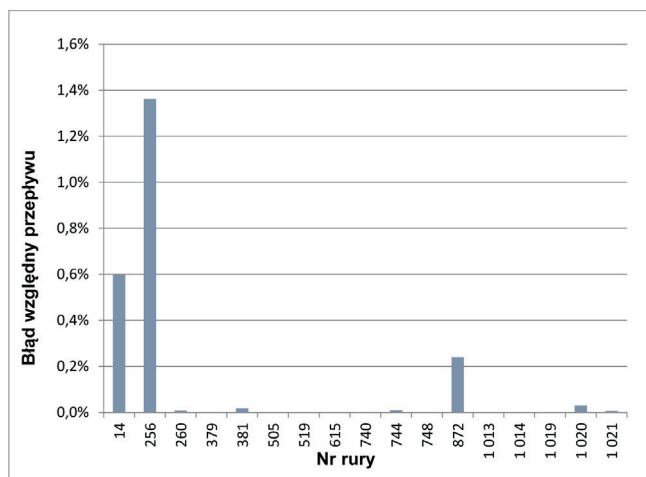
	pierwotna struktura	uproszczona struktura	różnica procentowa
rury	47	20	57%
węzły	45	22	51%

Największy poziom redukcji elementów sieci osiągnięto podczas redukcji elementów grafu eliminując rury o minimalnym przepływie (średnicy) (rys.10).



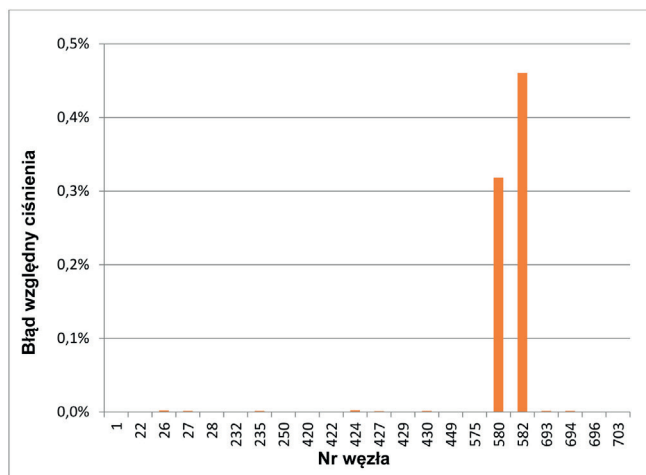
Rys. 11: Etapy upraszczania sieci  
Fig. 11 Stages of network simplification

Otrzymane wartości błędu względnego przepływu i ciśnienia utrzymały się na satysfakcjonująco niskim poziomie dla praktycznie wszystkich pozostałych w strukturze rur i węzłów (rys.12, rys.13).



Rys. 12 Błąd przepływu

Fig. 12 Flow error



Rys. 13 Błąd ciśnienia

Fig. 13 Pressure error

## 5. Wnioski

Badania wykazały całkowitą poprawność opracowanego algorytmu upraszczania struktury sieci gazowych. Jest to bardzo istotne z punktu widzenia, zarówno symulacji jak również optymalizacji sieci gazowych. Upraszczenie struktury sieci odbywa się w kilku etapach. Eliminacja struktur szeregowych, równoległych oraz rur o minimalnych przepływach. Etap trzeci jest poprzedzony stworzeniem drzewa grafu, w oparciu o rury o największych średnicach. Pewnym mankamentem metody jest brak znajomości wartości współczynnika oporów liniowych. Zmusza to do przynajmniej jednokrotnej symulacji sieci rzeczywistej, w celu poznania wartości poszczególnych przepływów, rozkładu ciśnienia i docelowo określenia wartości współczynnika oporów liniowych dla sieci lub dla każdej rury.

## LITERATURA:

- [1] Bąkowski K. 2007. *Sieci i instalacje gazowe – poradnik*, WNT, Warszawa.
- [2] Deo N. 1974. *Graph Theory with Applications to Engineering and Computer Science*, Prentice-Hall, London.
- [3] Dijkstra E. W. 1959). *A Note on Two Problems in Connexion with Graphs*, *Numer. Math* (1 ): 269-271.
- [4] Lipski W. 2004. *Kombinatoryka dla programistów*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa.
- [5] Osiadacz A. J. 1987. *Simulation and Analysis of Gas Networks*, E. & F. N. Spon Ltd., London.
- [6] Osiadacz A. J. 2001. *Statyczna symulacja sieci gazowych*, Fluid Systems, Warszawa.
- [7] Osiadacz A. J., Kaczyński P. 2009. *Tworzenie zastępczej struktury sieci gazowej dla potrzeb procesu komputerowej symulacji* w ramach IV Konferencji Naukowo-Technicznej Energetyka Gazowa, 23 – 25 wrzesień, Gliwice.
- [8] Strzałkowski K. 2021. „Automatyzacja procesu upraszczania grafu odwzorowującego strukturę sieci gazowej” Praca magisterska, Politechnika Warszawska, Wydział Instalacji Budowlanych, Hydrotechniki i Inżynierii Środowiska. ■